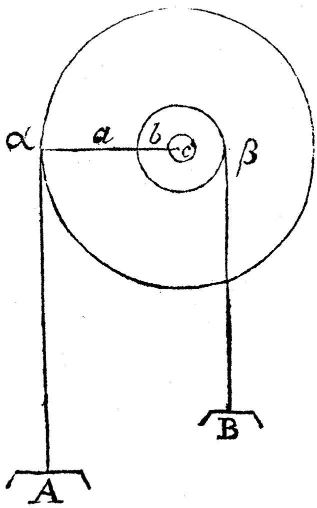
I. *De Pressionibus Ponderum in Machinis motis.*

Read at the Royal Society, June 27, 1754.

ANimus erat aliquando in legem resistentiæ, quam patiuntur corpora in superficiê aquæ mota, inquirendi. Suasit hoc cura, quam dudum mihi imposuit officii ratio, scientiarum navalium, quarum pleræque vel ipsi resistentiæ theoriæ innituntur, vel ita sunt cum eadem connexæ, ut resistentiam ipsam supponant cognitam. Ratiociniis et calculo interdum insuperabili fidere nolui, experimenta licet plurima pro omni casu non sufficere vidi; experimenta cum ratiociniis ea propter conjungere statui, modumque quæsivi per experimenta in leges resistentiæ inquirendi.



Repræsentavi mihi corpus specifice levius aquæ stagnanti ad certam immersum profunditatem, idemque filo duas ambiente trocleas potentiæ ita junctum, ut, hâc suo præpondio verticaliter descendente, motu illud horizontali donaretur, quæsivi ex tempore spatio et ponderibus datis, resistentiam pro quovis corpore determinare.

Non licuit heic, ut moris est, abstrahere à frictionibus,

tionibus, à rigiditate fili, ab inertia materiæ: introducenda erant hæc omnia in expreſſione vis acceleratricis, ſi ducta illa in elementum temporis monſtraret verum celeritatis incrementum.

At nemo erat, quantum conſtitit, qui ita dilucidavit theoriam frictionis ex incrementô preſſionis in machinis motis oriundæ, ut nexus cum primis mechanicæ principiis dilucide pateret; quod me invitavit ad indagandam ſolutionem, quam non ut omni numero perfectam, ſed potius ab eruditis et meliora edoctis corrigendam et ulterius perficiendam, Illuſtriſſimæ Societati proponam.

Repræſentat adjecta figura axem in peritrochio. Sit potentia movens A. diſtantia ipſius à centro motus a. Sit quoque pondus B, ejuſque à centro diſtantia b. Sit radius axis, in quem frictio cadit $= c$. Pondus machinæ $= M$ diſtantia centri virium a centro gravitatis $= d$. Quæritur jam preſſio in axem, cum potentia deſcendens A machinam agitet.

Si jam preſſio oriunda ex deſcendente potentia A, ſeu illa qua filum tenditur ad latus α, appelletur π, erit ob actionis et reactionis æqualitatem preſſio ſeu tenſio ad alterum latus $\beta = \frac{\pi a}{b}$, unde integra preſſio, excluſo pondere machinæ funiſque, $= \pi + \frac{\pi a}{b} = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi$. Sit jam conſtans ratio preſſionis ad frictionem ut $1 : \mu$; erit frictio $= \left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi \mu$; et momentum hujus frictionis $= \left(1 + \frac{a}{b}\right) c \pi \mu$: momentum vero frictionis ex pondere machinæ $= M c \mu$; quod priori momento adjectum dat $\left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M\right) c \mu$; unde momentum potentiæ

 moventis

moventis $= A a - B b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M\right) c \mu.$ Cum vero momentum inertiæ ſit $A a^2 + B b^2 + M d^2$, erit vis acceleratrix $= \frac{A a - B b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M\right) c \mu}{A a^2 + B b^2 + M d^2}$ et pro acceleratione puncti α, ſeu potentiæ moventis A, habetur per principia mechanicæ:

$$\left(\frac{A a^2 - B a b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M\right) a c \mu}{A a^2 + B b^2 + M d^2}\right) d t =$$

$d c$; ubi $d t$ ſignificat elementum temporis; $d c$ vero incrementum velocitatis. Si autem A liberé cecidiſſet, fuiſſet $\frac{A}{A} d t = d t'$. Cum autem incrementa vel decrementa velocitatum eadem temporis particula in eodem corpore genita ſint ut vires generantes, licebit inferre ut $d t' : d t' - d c = A :$ ad vim generantem decrementum celeritatis $d t' - d c$, quæ eadem vis eſt, quæ lapſum corporis retardat, filum tendit, et ad latus α premit; unde ſubſtitutis valoribus habetur analogia ſequens

$$1 : 1 - \frac{A a^2 - B a b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M\right) a c \mu}{A a^2 + B b^2 + M d^2} = A : \pi$$

ideoque $\pi =$

$$\frac{A B b^2 + A M d^2 + A B a b + \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M\right) A a c \mu}{A a^2 + B b^2 + M d^2}$$

ex qua æquatione invenitur $\pi =$

$$\frac{A B b^2 + A M d^2 + A B a b + A M a c \mu}{A a^2 + B b^2 + M d^2 - \left(1 + \frac{a}{b}\right) A a c \mu}$$

et .. $\frac{\pi a}{b} = \frac{ABab + AMd^2\frac{a}{b} + ABa^2 + AM\frac{a^2 c\mu}{b}}{Aa^2 + Bb^2 + Md^2 - \left(1 + \frac{a}{b}\right) Aac\mu}$

et preſſio integra $= \pi + \frac{\pi a}{b} =$

$$\frac{AB(a+b)^2 + AM(d^2 + ac\mu)\left(1 + \frac{a}{b}\right)}{Aa^2 + Bb^2 + Md^2 - \left(1 + \frac{a}{b}\right) Aac\mu}$$

Si jam frictionem et pondus machinæ excludere placuerit, habetur preſſio integra $= \frac{AB(a+b)^2}{Aa^2 + Bb^2}$: et ſi, ut in troclea evenit, ſupponatur $a = b$, erit preſſio integra $= \frac{AB(a+a)^2}{(A+B)a^2} = \frac{4AB}{A+B}$

Chriſtianus Hée,

Profeſſor Matheſ. et Phyſ. Experim. in Statu Navali Hafnienſi, Societatum Scient. Hafnienſis et Berolinenſis Membrum.

II. *An Inveſtigation of a General Rule for the Reſolution of Iſoperimetrical Problems of all Orders. By Mr.* Thomas Simpſon, *F. R. S.*

Read Jan. 9, 1755.

THE different ſpecies of problems comprehended under the name of Iſoperimetrical ones, are of much greater extent than the name imports; ſince, not only the determination of the greateſt areas and ſolids, under equal